

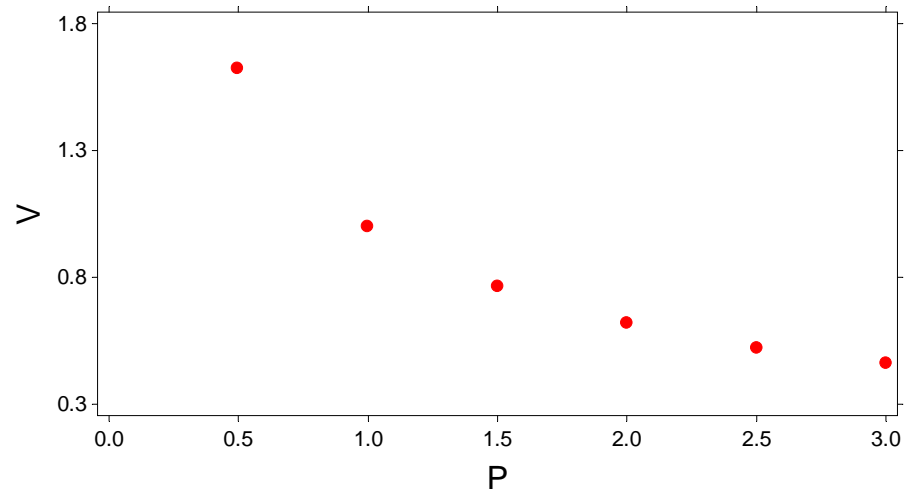
HOJA 1B: Problema 8.

1 Datos del problema:

| P | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
|---|------|---|------|------|------|------|
| V | 1.62 | 1 | 0.76 | 0.62 | 0.52 | 0.46 |

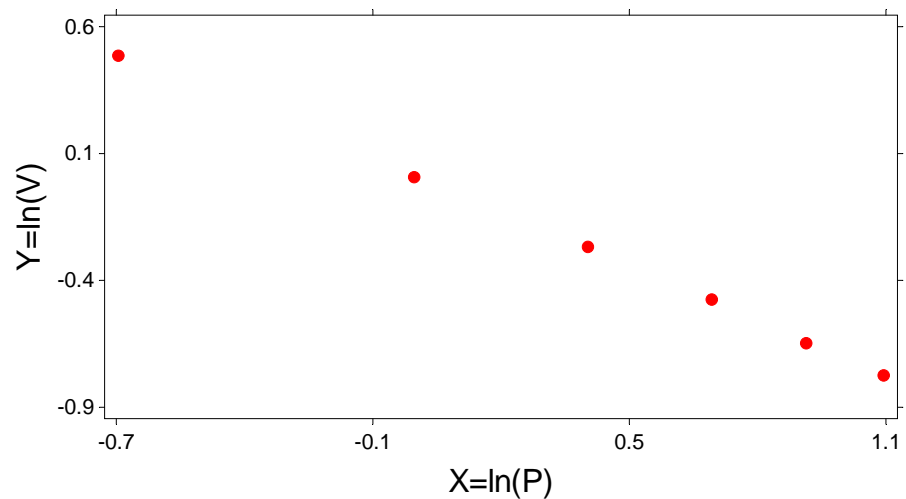
2 Nube de puntos de V (volumen) en función de P (presión):

D. de Dispersión de V vs. P



3 Nube de puntos de Y=ln(V) en función de X=ln(P):

D. de Dispersión de Y vs. X



A partir de la nube de puntos, vemos que Y en función de X presenta una dependencia lineal y negativa. Queremos ajustar la recta de regresión de Y sobre X:

$$Y = b + aX$$

4 Datos transformados:

| | | | | | | | Totales |
|--------------|-----------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------------------------|
| P | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | - |
| V | 1.62 | 1 | 0.76 | 0.62 | 0.52 | 0.46 | - |
| $X = \ln(P)$ | -0.693147 | 0 | 0.4054651 | 0.6931472 | 0.9162907 | 1.0986123 | $\sum_i x_i = 2.4204$ |
| $Y = \ln(V)$ | 0.4824261 | 0 | -0.274436 | -0.478035 | -0.653926 | -0.776528 | $\sum_i y_i = -1.7005$ |
| X^2 | 0.480453 | 0 | 0.164402 | 0.480453 | 0.839589 | 1.206949 | $\sum_i (x_i)^2 = 3.1718$ |
| Y^2 | 0.232735 | 0 | 0.0753156 | 0.2285182 | 0.4276198 | 0.602997 | $\sum_i (y_i)^2 = 1.5672$ |
| $X \cdot Y$ | -0.33492 | 0 | -0.111274 | -0.331349 | -0.599186 | -0.853104 | $\sum_i x_i \cdot y_i = -2.2293$ |

De donde:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 0.4034 & \bar{y} &= -0.2834 \\ s_X^2 &= 0.4391 & s_Y^2 &= 0.2171 \\ s_{XY} &= -0.3087\end{aligned}$$

5 Recta de regresión de Y sobre X y bondad del ajuste:

$$\hat{a} = \frac{-0.3087}{0.4391} = -0.703$$

$$\hat{b} = -0.2834 - ((-0.703) \times 0.4034) = 0.0002$$

$$R^2 = \frac{(-0.3087)^2}{0.4391 \times 0.2171} = 0.999 \Rightarrow \text{Ajuste muy bueno}$$

\Rightarrow

$$Y = 0.0002 + (-0.703)X$$

6 Modelo ajustado de V en función de P:

El modelo transformado original era:

$$\ln(V) = \ln(\beta) + (-\alpha) \ln(P)$$

Y el ajustado es:

$$Y = 0.0002 + (-0.703)X$$

Deshaciendo el cambio considerado tenemos:

$$\hat{b} = \ln(\beta) \Rightarrow \hat{\beta} = e^{\hat{b}} = e^{0.0002} \quad \text{y} \quad \hat{\alpha} = \hat{a} = 0.703$$

De donde:

$$P^{0.703} V = e^{0.0002}$$