



## Grado en IIAA y Grado en IHJ

Asignatura: **Estadística Aplicada. Curso 2011-2012**

### TEMA 6 Y TEMA 7: Teoría de la Estimación y Contrastes de Hipótesis.

1. Se está investigando la conservación de los lácteos en los supermercados de una cadena comercial. La temperatura de conservación recomendada por los fabricantes debe ser menor de  $6^{\circ}\text{C}$ . Los siguientes datos contienen las temperaturas de conservación empleada en algunos de estos supermercados:

6.4 5.2 5.4 5.6 5.6 6.1 5.7 5.8 5.9 6.0 5.8

Suponiendo que los supermercados encuestados son una muestra aleatoria de dichos supermercados y que la distribución de las temperaturas de conservación es aproximadamente normal, se pide:

- Construir de manera detallada un intervalo de confianza al 98% para la temperatura media de conservación de los lácteos en los supermercados.
  - ¿Es razonable aceptar la hipótesis de que en promedio los supermercados cumplen con la recomendación de los fabricantes? Plantear y llevar a cabo el contraste adecuado para responder a esta pregunta.
  - Supongamos que la desviación típica de la temperatura de conservación de los lácteos en los supermercados es igual a  $\sigma = 0.25^{\circ}\text{C}$ , determinar qué tamaño de la muestra será necesario utilizar si se desea estimar la temperatura promedio de conservación de los lácteos con un error menor a  $0.15^{\circ}\text{C}$ . (Tomar  $\alpha = 0.02$ ).
2. Un estudiante lee un artículo donde se afirma que un intervalo de confianza al 95% para la altura media de los españoles mayores de 18 años es  $[1.66, 1.72]$ . Se le pregunta por el significado de esta afirmación y contesta que quiere decir que el 95% de los españoles mayores de 18 años tiene una altura comprendida entre estos dos números. ¿Crees que su respuesta es correcta? Razónalo.
3. Investigadores plantan 30 parcelas con una nueva variedad de maíz. La media muestral de las cantidades recogidas en las 30 parcelas es  $\bar{x}_{30} = 123.8$
- Suponiendo que  $\sigma = 10$ , encontrar, después de haber descrito la variable y la población de interés, el intervalo de confianza al 90% para la cosecha promedio por parcela.
  - Conteste a la pregunta anterior para los niveles de confianza del 95% y del 99%. ¿Cuál es el efecto del incremento del nivel de confianza sobre el intervalo de confianza?
  - Al desconocer la distribución de la variable en este problema, los intervalos anteriores son intervalos aproximados. ¿En qué sentido? ¿Cuál es el resultado

matemático que nos asegura que, aun siendo la distribución de la variable no normal, podemos utilizar el mismo intervalo que para el caso normal?

(d) ¿Cuál es el número de parcelas que se deberían plantar para conseguir estimar la cosecha promedio por parcela con 90% de confianza, y un margen de error menor o igual a 2?

4. ¿Qué densidad de siembra de maíz debe utilizar un agricultor para obtener el máximo rendimiento? Si crecen pocas plantas obtendrá un rendimiento bajo. Por otro lado, si hay demasiadas plantas, éstas competirán entre sí por el agua y los nutrientes y en consecuencia los rendimientos bajarán. Para averiguar cuál es la mejor densidad de siembra, se plantan 40000 plantas de maíz por hectáreas en 8 parcelas obteniéndose los siguientes datos sobre rendimiento (Toneladas por Hectárea):

10.1 7.6 7.9 9.6 11.2 8.1 9.1 10.1

Suponiendo que la variable aleatoria asociada al rendimiento del maíz por parcela sigue un modelo normal, se pide:

- Obtener una estimación puntual para el rendimiento medio por parcela y para la variabilidad del rendimiento por parcela.
  - Construir de manera detallada un intervalo de confianza al 98% para el rendimiento medio por parcela.
  - ¿Cuál es el efecto de un incremento del tamaño muestral sobre el intervalo de confianza? ¿Y del nivel de confianza?
  - Si se desea construir un intervalo de confianza al 98% para el rendimiento medio por parcela, calcular qué tamaño de la muestra será necesario utilizar para estimar el rendimiento medio por parcela con un error menor de 1 Tm. por Ha. (tomar como desviación típica el valor  $\sigma = 1.5$  Tm por Ha.).
5. Un estudio demostró que la cantidad de pesticida absorbida por la piel de los pimientos (en mg./g.) se distribuye normal. Con el fin de estudiar la cantidad de pesticida absorbida, se tomó una muestra formada por 10 pimientos, obteniéndose las siguientes datos:

0.85 0.70 1.05 1.70 0.60 1.25 1.8 0.90 1.3 1.65

Se pide:

- Para la muestra que tenemos, obtener una estimación puntual para la media poblacional  $\mu$  y para la varianza poblacional  $\sigma^2$ .

- (b) Determinar de manera detallada un intervalo de confianza al 99% para la cantidad media de pesticida absorbida a través de la piel de los pimientos. ¿Qué interpretación tiene el intervalo obtenido?
- (c) ¿Cuál es el efecto de un incremento del tamaño muestral sobre el intervalo de confianza? ¿Y del nivel de confianza?
- (d) Un estudio afirma que la cantidad media de pesticida absorbida es inferior a 1.64 mg./g., ¿qué conclusiones podemos afirmar a partir de los datos de la muestra? Plantear y llevar a cabo el contraste adecuado para responder a esta pregunta.
6. Se desea construir un intervalo de confianza al 95% para la media de una población normal con la desviación típica conocida. Indicar razonadamente la veracidad o falsedad de las afirmaciones siguientes:
- (a) Cuanto mayor sea el tamaño de la muestra considerada, mejor será la precisión de la estimación obtenida con el intervalo de confianza.
- (b) Si quiero una mayor precisión, bastará con trabajar al 99% de confianza al realizar el intervalo de confianza.
7. Se está poniendo a prueba un proceso que se denomina abscisión, con la esperanza de aumentar la cosecha de fruta (porcentaje de fruta mantenida en los árboles) en los naranjos de Florida. El proceso implica exponer los árboles a luz coloreada durante 15 minutos cada noche. Se recolectó fruta de 10 árboles experimentales bajo condiciones normales primero, y después tras el nuevo tratamiento. En la siguiente tabla se indican los porcentajes en que se incrementó la recolección de fruta de un año al siguiente:

29	37	32	34	39
30	36	35	27	40

Suponiendo que *el porcentaje en que se incrementó la recolección de fruta de un año al siguiente* sigue una distribución normal, se pide:

- (a) Determinar un intervalo de confianza para el porcentaje medio en que se incrementó la recolección de fruta de un año al siguiente (Tomar  $\alpha = 0.05$ ).
- (b) El promotor del nuevo proceso pretende que éste incremente la recolección de fruta cosechada en un promedio del 40%, ¿podemos creer tal afirmación? Plantear y llevar a cabo el contraste adecuado para responder a esta pregunta.
- (c) Supongamos que consideramos que la desviación típica de la v.a. *el porcentaje en que se incrementó la recolección de fruta de un año al siguiente* es igual a 3.5, determinar qué tamaño de la muestra será necesario utilizar para estimar el porcentaje medio en que se incrementó la recolección de fruta de un año al siguiente con un error menor de 1.5 unidades. (Tomar  $\alpha = 0.05$ ).
8. Se quiere comprobar si la temperatura media del mes de agosto en la región está aumentando significativamente en estos últimos años. El aumento de las

temperaturas medias en agosto de años consecutivos son los siguientes:

0.3   -0.1   0.5   0.2   0.1   -0.05

Suponiendo que el aumento de las temperaturas medias del mes de agosto sigue una distribución normal, se pide:

- (a) Construir de manera detallada un intervalo de confianza al 99% para el aumento promedio anual de la temperatura media en agosto.
- (b) El estudio indica que el aumento promedio de la temperatura media en el mes de agosto es significativamente mayor que 0, ¿podemos creer tal afirmación? Plantear y llevar a cabo el contraste adecuado para responder a esta pregunta.
- (c) Mirando las series históricas podemos suponer que la desviación típica del aumento de las temperaturas medias del mes de agosto es igual a 0.3. Determinar qué tamaño de la muestra será necesario utilizar para reducir a la mitad el margen de error del intervalo de confianza obtenido en el apartado (a). (Tomar  $\alpha = 0.01$ ).
9. Un agrónomo examina el contenido de celulosa de una determinada variedad de alfalfa. Supongamos que el contenido de celulosa de la población sigue una distribución normal con desviación típica  $\sigma = 14 \text{ mg/g}$ . Una muestra de 25 cortes de alfalfa tiene un contenido medio de celulosa  $\bar{x} = 145 \text{ mg/g}$ . Se pide:
- (a) Definir la variable y la población sujetas a estudio.
- (b) Dar un intervalo de confianza al 95% para el contenido medio de celulosa de la población.
- (c) Un estudio afirma que el contenido medio de celulosa en la población es  $\mu = 140 \text{ mg/g}$ . ¿Puede concluirse a partir de los datos que la media es significativamente diferente a lo que afirma el estudio? Realizar el contraste adecuado tomando  $\alpha = 0.05$  y  $\alpha = 0.01$ .
10. Se efectuó un estudio para comparar la durabilidad de escritura en 2 marcas de bolígrafos (esto es, el tiempo de vida en minutos). Como se sabe que la superficie de escritura afecta de forma directa a la duración, se eligió el mismo tipo de superficie y se utilizó una máquina para que las condiciones fueran homogéneas (por ejemplo, la presión constante, el ángulo de escritura prefijado, etc.). La tabla siguiente muestra los tiempos de vida que se obtuvieron al comparar las dos marcas de bolígrafos:
- |                | Tam. muestral | Media muestral | Desv. típica muestral |
|----------------|---------------|----------------|-----------------------|
| <b>Marca A</b> | 14            | 699            | 21.16                 |
| <b>Marca B</b> | 18            | 714            | 39.47                 |
- Suponiendo que las variables asociadas al tiempo de vida de cada marca de bolígrafo son normales, se pide:
- (a) Construir un intervalo de confianza para la diferencia entre el tiempo promedio de vida de los bolígrafos de la marca A y de la marca B. (Tomar  $\alpha = 0.01$ )
- (b) ¿Se puede afirmar al 95% de confianza que ambos tipos de bolígrafos tienen la misma durabilidad promedio? Calcular de manera aproximada el p-valor de la prueba. ¿Cuál es la decisión apropiada si  $\alpha = 0.01$ ?